

Computeralgebra-Praktikum

Universität Siegen

Mohamed Barakat

Aufgabe 5 (Fortsetzung von Aufgabe 4). Schreibe vier Prozeduren

- `pre_inverse`;
- `post_inverse`;
- `is_identity`.

Die erste Prozedur soll ein Präinverses einer surjektiven Abbildung $M \xrightarrow{f} N \neq \emptyset$ ausrechnen, sprich eine Funktion $g : N \rightarrow M$ mit $f \circ g = \text{id}_N$. Die zweite Prozedur soll ein Postinverses einer injektiven Abbildung $\emptyset \neq M \xrightarrow{f} N$ ausrechnen, sprich eine Funktion $g : N \rightarrow M$ mit $g \circ f = \text{id}_M$. Wie hängt `pre_inverse` mit dem *Auswahlaxiom* zusammen? Die dritte Prozedur ist selbsterklärend.

Hinweis: ?Position.

Aufgabe 6. Sei $R \in \{\mathbb{Q}, \mathbb{F}_5, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}[x], \mathbb{F}_5[y]\}$. Programmiere eine GAP-Funktion

`fully_divide_matrix_trafo(A),`

die bei Eingabe einer Matrix $A \in R^{m \times n}$ eine Matrix $U \in \text{GL}_m(R)$ zurückgibt, so dass UA in Stufenform ist.

Siehe z.B. Algorithmus 1.4.7 im LA I Skript:

https://algebra.mathematik.uni-siegen.de/barakat/Lehre/WS17/LAI/Skript/LA_I.pdf

Hinweis: Benutze dafür die bereits programmierte Prozedur `fully_divide_column_trafo`, sowie die Befehle `NonZeroColumns`, `CertainColumns`, `CertainRows`, `NrRows` und `DiagMat`.

Aufgabe 6'. (Freiwillig) Sei $R \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}[x]\}$. Programmiere eine GAP-Funktion `SmithNF`, die bei Eingabe einer Matrix $A \in R^{m \times n}$ zwei Matrizen $U \in \text{GL}_m(R)$ und $V \in \text{GL}_n(R)$ zurückgibt, so dass UAV die Smith-Normalform ist.

Siehe z.B. Satz 6.4.6 im LA II Skript:

https://algebra.mathematik.uni-siegen.de/barakat/Lehre/SS18/LAII/Skript/LA_II.pdf