Computeralgebra-Praktikum

Universität Siegen Mohamed Barakat

Aufgabe 3 (Fortsetzung von Aufgabe 2)**.** Schreibe vier Prozeduren

- `is_well_defined`;
- `is_injective`;
- `is_surjective`;
- `is_bijective`.

Alle vier Prozeduren sollen `true` oder `false` zurückgeben. Die erste Prozedur testet ob die Datenstruktur einer Abbildung korrekt ist. Die zweite ob die Abbildung injektiv, die dritte ob die Abbildung surjektiv ist und die vierte ob die Abbildung bijektive ist.
Hinweis: ?`DuplicateFreeList`, ?`Set`, ?`and`.

Aufgabe 4. Sei $R \in \{\mathbb{Q}, \mathbb{F}_5, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}[x], \mathbb{F}_5[y]\}$. Programmiere eine GAP-Funktion

`fully_divide_column_trafo(A)`,

die bei Eingabe einer Spalte $A \in R^{n\times 1}$ eine Matrix $U \in \mathrm{GL}_n(R)$ zurückgibt, mit

$$UA = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} & A = 0, \\ \begin{pmatrix} d \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit $d = 1$ falls $R = \mathbb{Q}$ bzw. $d = \mathrm{ggT}(A_{11}, \ldots, A_{n1})$ falls $R = \mathbb{Z}$ oder $R = \mathbb{Q}[x]$.
Hinweis: Benutze dafür die bereits programmierte Prozedur `fully_divide_pair_trafo`, sowie die Befehle `NrRows`, `NonZeroRows`, `ShallowCopy`, `Remove`, `MatElm` und die Prozedur:

```
fully_divide_pair_trafo_inflated := function( a, b, i, j, n, R )
    local U, u;

    U := HomalgInitialIdentityMatrix( n, R );

    u := fully_divide_pair_trafo( a, b, R );

    SetMatElm( U, i, i, MatElm( u, 1, 1 ) );
    SetMatElm( U, i, j, MatElm( u, 1, 2 ) );
    SetMatElm( U, j, i, MatElm( u, 2, 1 ) );
    SetMatElm( U, j, j, MatElm( u, 2, 2 ) );

    return U;

end;
```