Algebra - WS 2016/17

Übungsblatt 14

Prof. Dr. Mohamed Barakat, Sebastian Gutsche

Aufgabe 1. (Charaktertafeln. 8 Bonusunkte.)
Berechne die Charaktertafeln von S_3, D_8 und Q_8 in Charakteristik 0. Berechne weiterhin alle irreduziblen Darstellungen von D_8.

Aufgabe 2. (Charaktertafeln. 8 Bonusunkte.)

1. Sei G eine endliche Gruppe und K ein Zerfällungskörper von G mit $\mathrm{Char}(K) = 0$. Ein Charakter χ von G ist genau dann irreduzibel, wenn $(\chi, \chi) = 1$ ist.

2. Berechne ψ und τ aus Beispiel 6.21 durch Konstruktion der zugehörigen Darstellungen. Sei $\chi_4 := \psi - \chi_1$ und $\chi_5 := \tau - \chi_1$ mit $\chi_1 = \mathbb{1}$. Zeige
$$(\chi_4, \chi_4) = 1 = (\chi_5, \chi_5) \,.$$

3. Folgere die Form von χ_2 und χ_3 aus 6.21 aus Orthogonalitätsrelationen.

Aufgabe 3. (Wiederholung Körper.)
Sei L/K eine Körpererweiterung und $a \in L$ separabel über K. Zeige, dass dann $K[a]$ eine separable Erweiterung von K ist. Hinweis: Zeige Bemerkung 1.46, dann folgere die Aussage mit Hilfe von $K[a] \cong K[x]/\langle \mu_{a,K} \rangle$.

Aufgabe 4. (Wiederholung Gruppen.)
Zeige: Es gibt keine einfache Gruppe der Ordnung 300.

Aufgabe 5. (Wiederholung Ringe.)

1. Es sei
$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3$$
und $\mathbb{F}_3^{4\times 1}$ sei ein $K[x]$-Modul vermöge $xv = Av$ für $v \in \mathbb{F}_3^{4\times 1}$. Zerlege $\mathbb{F}_3^{4\times 1}$ in einfache $K[x]$-Moduln.

2. Beweise Lemma 4.4.

3. Es sei $R = \mathbb{Q}[x]/\left\langle (x^2+1)(x-1)^2 \right\rangle$. Bestimme eine Zerlegung von 1_R in orthogonale, primitive Idempotente

Bitte wirf deine bearbeiteten Hausaufgaben bis Mittwoch, 08.02.2016, 10:00 Uhr in den Kasten im ENC, 2. Etage, am Zugang zum Gebäudeteil D ein. Bitte verseht eure Abgabe mit Namen und Matrikelnummer.