Algebra - WS 2016/17

UNIVERSITÄT SIEGEN

Übungsblatt 11

Prof. Dr. Mohamed Barakat, Sebastian Gutsche

Aufgabe 1. (Galoisgruppe. 4 Punkte.)
Es sei $f \in \mathbb{Q}[x]$ irreduzibel von Grad 5 mit Zerfällungkörper K. Weiterhin habe f genau 3 reelle Nullstellen. Zeige: $\operatorname{Gal}(K/\mathbb{Q}) \cong S_5$.

Aufgabe 2. (R-Moduln. 4 Punkte.)
Beweise Lemma 4.4 aus der Vorlesung: Für einen R-Modul M sind äquivalent:

1. Jede aufsteigende Kette von R-Teilmoduln
$$M_1 \leq M_2 \leq M_3 \leq \ldots$$
von M wird stationär.
2. Jede nichtleere Menge von R-Teilmoduln von M besitzt bezüglich Inklusion ein maximales Element.
3. Jeder R-Teilmodul von M ist endlich erzeugt.

Aufgabe 3. (Artinsch/Noethersch. 4 Punkte.)
Sei p eine Primzahl. Zeige: $M := \mathbb{Z}[1/p]/\mathbb{Z}$ ist als $\mathbb{Z}$-Modul artinsch, aber nicht noethersch.

Aufgabe 4. (Idempotente. 4 Punkte.)
Beweise Satz 4.16.1 aus der Vorlesung: Sei $e \in R$ ein Idempotent und M ein R-Modul. Dann ist
$$\epsilon : \operatorname{Hom}_R(Re, M) \xrightarrow{\sim} eM,\ \varphi \mapsto (e)\varphi$$
ein Isomorphismus abelscher Gruppen.

Bitte wirf deine bearbeiteten Hausaufgaben bis Mittwoch, 18.01.2016, 10:00 Uhr in den Kasten im ENC, 2. Etage, am Zugang zum Gebäudeteil D ein. Bitte verseht eure Abgabe mit Namen und Matrikelnummer.