Algebra - WS 2016/17

UNIVERSITÄT SIEGEN

Übungsblatt 09

PROF. DR. MOHAMED BARAKAT, SEBASTIAN GUTSCHE

Aufgabe 1. (Charaktere. 4 Punkte.)
Beweise Folgerung 3.4 aus der Vorlesung: Sei L/K eine separable Körpererweiterung vom Grad n und $\mathrm{Hom}_K\left(L, \overline{K}\right) = \{\sigma_1, \ldots, \sigma_n\}$. Für $(v_1, \ldots, v_n) \in L^n$ gilt

$$(v_1, \ldots, v_n) \text{ ist } K\text{-Basis von } L \Leftrightarrow \det\left(\sigma_i\left(v_j\right)_{i,j=1}^n\right) \neq 0.$$

Aufgabe 2. (Endliche Galoisgruppen. 4 Punkte.)
Sei G eine endliche Gruppe. Zeige, dass ein Körper K und eine Galoiserweiterung L/K existiert mit $\mathrm{Aut}_K(L) \cong G$.
Hinweis: Zeige, dass G für ein geeignetes n auf $L = \mathbb{C}(t_1, \ldots, t_n)$ durch Automorphismen operiert.

Aufgabe 3. (Zwischenkörper. 4 Punkte.)
Bestimme alle Zwischenkörper des Zerfällungskörpers von $X^4 - 2 \in \mathbb{Q}[X]$ über $\mathbb{Q}$.

Aufgabe 4. (Einheitswurzeln. 4 Punkte.)

1. Es seien $m, n \in \mathbb{N}$ teilerfremd und ζ_m, ζ_n primitive m-te bzw. n-te Einheitswurzeln. Zeige: $\mathbb{Q}[\zeta_m] \cap \mathbb{Q}[\zeta_n] = \mathbb{Q}$.

2. Bestimme das 18. Kreisteilungspolynom Φ_{18}.

Bitte wirf deine bearbeiteten Hausaufgaben bis Mittwoch, 21.12.2016, 10:00 Uhr in den Kasten im ENC, 2. Etage, am Zugang zum Gebäudeteil D ein. Bitte verseht eure Abgabe mit Namen und Matrikelnummer.