

Wintersemester 2015/16

5. Übungsblatt zur Vorlesung „Ebene Algebraische Kurven“

Wird besprochen am: 7. Januar, 14:15

Aufgabe 1 (Hessekurve). Es sei $K = \mathbb{C}$. Bestimme alle Wendepunkte der folgenden algebraischen Kurven C in $\mathbb{P}^2(K)$. Bestimme außerdem die Schnittmultiplizitäten von C mit H_C in diesen Wendepunkten.

- (a) $C = \mathcal{V}(x_0^3 + x_1^3 + x_2^3)$.
- (b) $C = \mathcal{V}(x_1^3 - x_0x_2^2)$.
- (c) $C = \mathcal{V}(x_1^3 + x_2^3 - x_0x_1x_2)$.

Für die folgenden Aufgaben bitte die aktuellste Version des Skriptes benutzen.

Aufgabe 2 (Normalformen). Es sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristik 0.

- (a) Finde eine Projektivität, welche die Kurve

$$\mathcal{V}(x_0x_1x_2 + x_1^3 + x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_2^3)$$

auf die Kurve $\mathcal{V}(x_1^3 + x_2^3 - x_0x_1x_2)$ transformiert.

- (b) Finde eine Projektivität, welche die Kurve

$$\mathcal{V}(x_0x_2^2 + x_1^3 + x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_2^3)$$

auf die Kurve $\mathcal{V}(x_1^3 - x_0x_2^2)$ transformiert.

- (c) Bringe die folgende Kurve in Weierstraß Normalform. Ist sie glatt?

$$\mathcal{V}(x_0^3 + x_0^2x_1 + x_0^2x_2 + x_0x_1^2 + x_0x_1x_2 + \frac{1}{2}x_0x_2^2 + x_1^3)$$

Aufgabe 3 (Singuläre Kubiken). Es sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristik 0. Entscheide: Welche der folgenden Kurven lässt sich auf die Neilsche Parabel transformieren, welche auf das Folium von Descartes?

- (a) $\mathcal{V}(x_0^3 - 2x_0^2x_1 + 2x_0x_1^2 - x_0x_1x_2 + x_1^2x_2)$
- (b) $\mathcal{V}(-x_0^3 + 3x_0^2x_1 - 4x_0x_1^2 + x_1^3 + x_1^2x_2)$