

SEMINAR: LIE-ALGEBREN UND IHRE DARSTELLUNGSTHEORIE UNIVERSITÄT SIEGEN

MOHAMED BARAKAT

Wir werden primär nach den kompakten Notizen von Alexei Skorobogatov [Sko07] vorgehen. Mehr Details sind sowohl im klassischen Buch [Hum78] von James Humphreys, als auch in den exzellenten moderneren Büchern von Hans Samelson [Sam90] und James Milne [Mil13] zu finden. Ferreira geht in seinen Vorlesungsnotizen [Fer11] auf die Anwendungen in der Elementarteilchen-Physik ein und benutzt eine physikalisch motivierte Notation (die ich aus einigen Gründen nicht favorisiere).

Die Vortragszeit beträgt 75-90 Minuten. Die Vortragsprache ist Deutsch oder Englisch. Ich empfehle eine Kombination aus klassischem Tafelvortrag (etwa für Beweise) und Beamer-vortrag¹ (etwa für Definitionen, Aussagen, Graphiken, ...). Eine Woche vor dem Vortragstermin findet ein Probevortrag vor mir statt. Aus Mangel an Vortragenden werden keine Vorträge zum Thema Quantengruppen vergeben.

1. VORTRAG: DIE SÄTZE VON ENGEL UND LIE

Abschnitte 1 & 2 aus [Sko07]. Stichworte:

- Grundlegenden Definitionen
- Grundlegende Eigenschaften: Auflösbarkeit, Nilpotenz
- Satz von Engel
- Satz von Lie

2. VORTRAG: DIE KILLING-FORM UND DIE KRITERIEN VON CARTAN

Abschnitt 3 aus [Sko07]. Stichworte:

- Die Killing-Form
- Auflösbarkeitskriterium von Cartan
- Halbeinfachheitskriterium von Cartan

3. VORTRAG: DARSTELLUNGEN DER $A_1 = \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$

Abschnitt 1.11 & 1.12 aus [Sam90]

- Die Darstellungen von $A_1 = \mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$.
- Vollständige Reduzibilität

4. VORTRAG: CARTAN TEILALGEBREN UND HALBEINFACHE LIEALGEBREN

Abschnitte 4 & 5 aus [Sko07]. Stichworte:

- Cartan'sche Teilalgebra \mathfrak{h}
- Direkte Zerlegung in \mathfrak{h} -invariante Teilräume
- Halbeinfache Lie-Algebren

¹Bitte das Paket L^AT_EX-Beamer benutzen.

5. VORTRAG: WURZELSYSTEME UND DARSTELLUNGEN DER $A_2 = \mathfrak{su}_3(\mathbb{C})_{\mathbb{C}} \cong \mathfrak{sl}_3(\mathbb{C})$

Abschnitt 6 aus [Sko07]. Stichworte:

- Wurzeln, positive Wurzeln, Weyl-Gruppe
- Klassische Wurzelsysteme: A_n, B_n, C_n, D_n
- Klassifikation der irreduziblen Wurzelsysteme
- Das Wurzelsystem von $A_2 = \mathfrak{sl}_3(\mathbb{C})$ ausführlicher behandeln & Zusammenhang zur Darstellungstheorie der $\mathfrak{su}_3(\mathbb{C})$ beleuchten (siehe z.B. [Fer11])

6. VORTRAG: HALBEINFACHE LIE-ALGEBREN UND DIE WEYL'SCHE CHARAKTERFORMEL

Abschnitt 7 aus [Sko07] und Abschnitt 3.7 aus [Sam90]. Stichworte:

- Existenz und Eindeutigkeit (Beweisskizze)
- Die Weyl'sche Charakterformel

REFERENCES

- [Fer11] Luiz Agostinho Ferreira, *Lecture notes on lie algebras and lie groups*, 2011, (<http://www.ifsc.usp.br/~laf/algebra/notes.pdf>). 1, 2
- [Hum78] James E. Humphreys, *Introduction to Lie algebras and representation theory*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 9, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1978, Second printing, revised. MR 499562 1
- [Mil13] James S. Milne, *Lie algebras, algebraic groups, and lie groups*, 2013, (<http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/LAG.pdf>). 1
- [Sam90] Hans Samelson, *Notes on Lie algebras*, second ed., Universitext, Springer-Verlag, New York, 1990, (<https://www.math.cornell.edu/~hatcher/Other/Samelson-LieAlg.pdf>). MR 1056083 1, 2
- [Sko07] Alexei Skorobogatov, *Lie algebras*, 2007, (<http://wwwf.imperial.ac.uk/~anskor/LIE.PDF>). 1, 2