Computeralgebra-Praktikum

Universität Siegen Tommy Hofmann

Aufgabe 5 (Fortsetzung von Aufgabe 3)**.** Schreibe vier Methoden

- `pre_inverse`;
- `post_inverse`;
- `is_identity`.

Die erste Prozedur soll ein Präinverses einer surjektiven Abbildung $M \xrightarrow{f} N \neq \emptyset$ ausrechnen, sprich eine Funktion $g : N \to M$ mit $f \circ g = \mathrm{id}_N$. Die zweite Prozedur soll ein Postinverses einer injektiven Abbildung $\emptyset \neq M \xrightarrow{f} N$ ausrechnen, sprich eine Funktion $g : N \to M$ mit $g \circ f = \mathrm{id}_M$. Wie hängt `pre_inverse` mit dem *Auswahlaxiom* zusammen? Die dritte Methode ist selbsterklärend.
Hinweis: `findfirst`, `isequal`.

Aufgabe 6. Sei $R \in \{\mathbb{Q}, \mathbb{F}_5, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}[x], \mathbb{F}_5[y]\}$. Programmiere eine Julia-Funktion

`fully_divide_matrix_trafo(A)`,

die bei Eingabe einer Matrix $A \in R^{m\times n}$ eine Matrix $U \in \mathrm{GL}_m(R)$ zurückgibt, so dass UA in Stufenform ist.
Vgl. Algorithmus 2.3.10 im LA I Skript:

`https://algebra.mathematik.uni-siegen.de/barakat/Lehre/WS20/LAI/Skript/LA_I.pdf`

Hinweis: Benutze dafür die bereits programmierte Prozedur `fully_divide_column_trafo`, sowie die Befehle `nrows`, `ncols`, `sub`, `diagonal_matrix`, `iszero_column`.

Aufgabe 6'. (Freiwillig) Sei $R \in \{\mathbb{Z}, \mathbb{Q}[x]\}$. Programmiere eine Methode `smith_normal_form`, die bei Eingabe einer Matrix $A \in R^{m\times n}$ zwei Matrizen $U \in \mathrm{GL}_m(R)$ und $V \in \mathrm{GL}_n(R)$ zurückgibt, so dass UAV die Smith-Normalform ist.
Siehe z.B. Satz Satz 5.2.50 im LA II Skript:
`https://algebra.mathematik.uni-siegen.de/barakat/Lehre/SS21/LAII/Skript/LA.pdf`