Katholische Universität
Eichstätt-Ingolstadt
Mathematisch-Geographische Fakultät
Mohamed Barakat

Sommersemester 2014

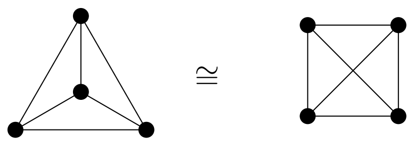
6. Übungsblatt zur Vorlesung „Grundlagen der Geometrie“

Abgabetermin: 26. Juni, 15:30, vor Beginn der Übung.

Aufgabe 1. Sei $\mathbb{K}$ ein Schiefkörper. Zeige:

(a) Die Punktemenge $\mathcal{P} = \mathbb{K}^2$ und die Geradenmenge $\mathcal{G} = \{a + \mathbb{K}b \mid a, b \in \mathbb{K}^2 \setminus \{0\}\}$ definieren mit dem Enthaltensein als Inzidenzrelation eine affine Ebene $\mathbb{A}\mathbb{K}^2$.

(b) Die affine Ebene $\mathbb{A}\mathbb{F}_2^2$ ist isomorph zur Inzidenzstruktur



aus Beispiel 1.2.3.

Aufgabe 2. Zeige: Die Abbildung

$$\varphi : \mathbb{H} \to \mathbb{C}^2, a + ib + jc + kd \mapsto \left(\begin{smallmatrix} a+ib & c+id \\ -c+id & a-ib \end{smallmatrix}\right)$$

ist ein Monomorphismus von Ringen. Daher ist $\mathbb{H}$ isomorph zum Bild $\varphi(\mathbb{H}) := \{\left(\begin{smallmatrix} z & w \\ -\overline{w} & \overline{z} \end{smallmatrix}\right) \mid z, w \in \mathbb{C}\}$. Bestimme Inverse in $\mathbb{H}$ und $\varphi(\mathbb{H})$.

Aufgabe 3. Zeige: Die Fano-Ebene ist isomorph zu $\mathbb{P}\mathbb{F}_2^3$.

Aufgabe 4 (Freiwillige Zusatzaufgabe)**.** Seien V ein $(d+1)$-dimensionaler Vektorraum über einem Schiefkörper und $\mathcal{H}_1 = \mathbb{P}H_1, \mathcal{H}_2 = \mathbb{P}H_2$ zwei Hyperebenen in $\mathbb{P}V$ mit zugehörigen Untervektorräumen H_1, H_2. Zeige:

(a) Es gibt einen Isomorphismus von V, der H_1 auf H_2 abbildet.

(b) Es gibt einen Isomorphismus von $\mathbb{P}V$, der $\mathcal{H}_1$ auf $\mathcal{H}_2$ abbildet.

(c) Die affinen Räume $\mathbb{P}V \setminus \mathcal{H}_1$ und $\mathbb{P}V \setminus \mathcal{H}_2$ sind isomorph.